Binomio de Newton

El desarrollo de la potencia *n*-sima del binomio (a+b) es:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k}\, b^k$$

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1}\, b + \binom{n}{2} a^{n-2}\, b^2 + \ldots + \binom{n}{n-2} a^2\, b^{n-2} + \binom{n}{n-1} a\, b^{n-1} + \binom{n}{n} b^n$$

Donde los coeficientes son los números combinatorios:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

n ! se lee *n factorial* y corresponde a la multiplicación de todos los valores enteros desde n a 1:
$n! = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot(n-3)\cdot \ldots \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. Ejemplo: $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

Ejemplos del binomio de Newton:

$(a + b)^2 = a^2 + 2\,a\,b + b^2$

$(a - b)^2 = a^2 - 2\,a\,b + b^2$

$(a + b)^3 = a^3 + 3\,a^2\,b + 3\,a\,b^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 - 3\,a^2\,b + 3a\,b^2 - b^3$

$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3\,b + 6a^2\,b^2 + 4a\,b^3 + b^4$

$(a - b)^4 = a^4 - 4a^3\,b + 6a^2\,b^2 - 4a\,b^3 + b^4$

$(a + b)^5 = a^5 + 5a^4\,b + 10a^3\,b^2 + 10a^2\,b^3 + 5a\,b^4 + b^5$

$(a - b)^5 = a^5 - 5a^4\,b + 10a^3\,b^2 - 10a^2\,b^3 + 5a\,b^4 - b^5$

Triángulo de Pascal / Tartaglia - Coeficientes binomiales - Números combinatorios

n	
0	1
1	1 1
2	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1
6	1 6 15 20 15 6 1
7	1 7 21 35 35 21 7 1
8	1 8 28 56 70 56 28 8 1
9	1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
10	1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

Cada valor se obtiene sumando los dos valores que se hallan encima en la fila anterior.
Se observa también una simetría izquierda-derecha en la serie de coeficientes para cada valor de *n*.
Ello es consecuencia de la siguiente propiedad de simetría de los números combinatorios:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$