Problemas de Representación de funciones

1) Estudiar y representar la función:

$$f(x) = x^2 - 3x - 4$$

2) Estudiar y representar la función:

$$f(x) = 2^x$$

3) Estudiar y representar la función:

$$f(x) = e^{3x}$$

4) Estudiar y representar la función:

$$f(x) = \log_5 x$$

5) Estudiar y representar la función:

$$f(x) = \frac{-5}{x + 2}$$

6) Estudiar y representar la función:

$$f(x) = \sqrt{x - 1}$$

7) Estudiar y representar la función:

$$f(x) = x^2 (x + 5)$$

8) Estudiar y representar la función:

$$f(x) = \frac{x + 6}{x + 3}$$

9) Estudiar y representar la función:

$$f(x) = (x - 7)\, e^{x - 7}$$

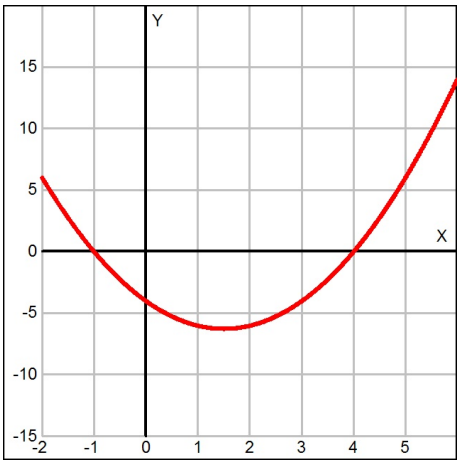
10) Estudiar y representar la función:

$$f(x) = \ln (2x + 4)$$

Problemas de Representación de funciones

Soluciones:

1) Gráfica:



$f'(x) = 2x - 3 \quad f''(x) = 2$

Dominio $f = \Re$. Recorrido $f = \left[\frac{-25}{4}, +\infty\right)$. No tiene simetría.

Corte OY: $(0, -4)$. Cortes OX: $(-1, 0)$, $(4, 0)$.

Signo de regiones: Positiva en $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$. Negativa en $(-1, 4)$.

Decreciente en $\left(-\infty, \frac{3}{2}\right)$. Creciente en $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$.

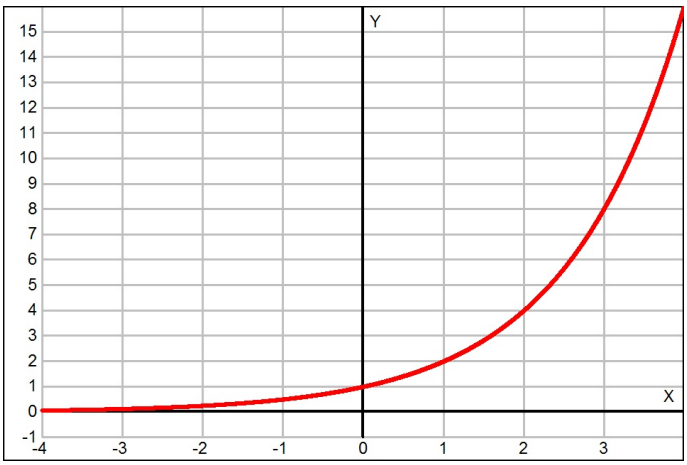
Vértice (Mínimo absoluto) $\left(\frac{3}{2}, \frac{-25}{4}\right)$.

Cóncava hacia arriba en $\Re$.

No tiene puntos de inflexión.

Problemas de Representación de funciones

2) Gráfica:



$f'(x) = 2^x \ln 2$ $f''(x) = 2^x \ln^2 2$

Dominio $f = \Re$. Recorrido $f = (0, +\infty)$. No tiene simetría.

No corta al eje OX. Corte OY: (0, 1).

Asíntota horizontal: $y = 0$. Posición de la curva respecto a la asíntota:

$f(x)$ por encima de la asíntota si $x \to -\infty$.

Signo de regiones: Positiva en $\Re$.

Creciente en $\Re$.

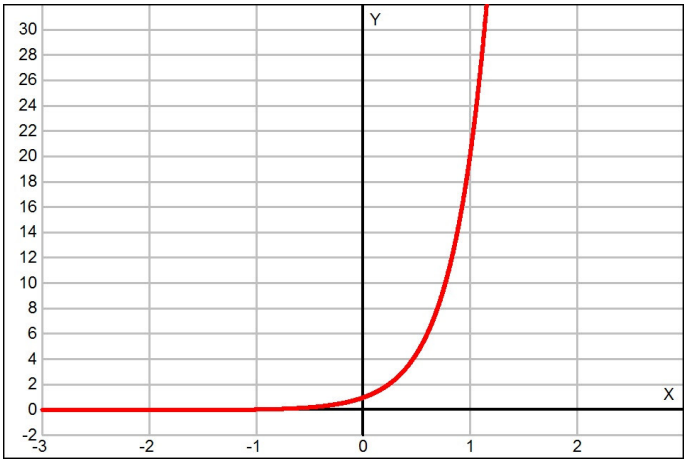
No tiene puntos extremos.

Cóncava hacia arriba en $\Re$.

No tiene puntos de inflexión.

Problemas de Representación de funciones

3) Gráfica:



$f'(x) = 3\,e^{3x}$ $f''(x) = 9\,e^{3x}$

Dominio $f = \Re$. Recorrido $f = (0, +\infty)$. No tiene simetría.

No corta al eje OX. Corte OY: (0, 1).

Asíntota horizontal: $y = 0$. Posición de la curva respecto a la asíntota:

$f(x)$ por encima de la asíntota si $x \to -\infty$.

Signo de regiones: Positiva en $\Re$.

Creciente en $\Re$.

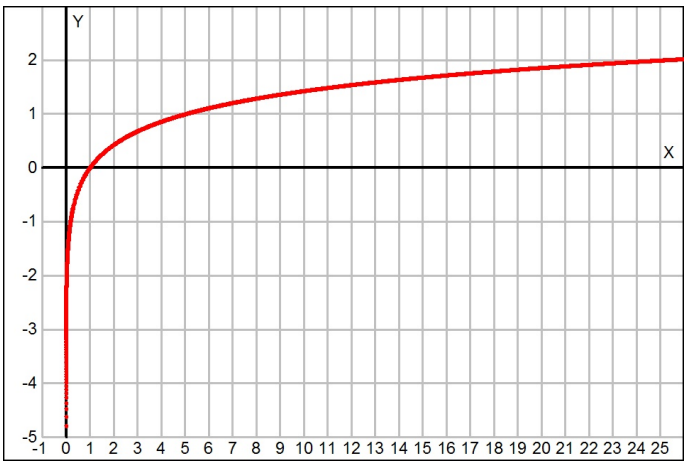
No tiene puntos extremos.

Cóncava hacia arriba en $\Re$.

No tiene puntos de inflexión.

Problemas de Representación de funciones

4) Gráfica:



$f'(x) = \dfrac{1}{x \ln 5}$ $\quad f''(x) = \dfrac{-1}{x^2 \ln 5}$

Dominio $f = (0, +\infty)$. Recorrido $f = \Re$. No tiene simetría.

Corte OX: (1, 0). No corta al eje OY.

Asíntota vertical: $x = 0$; $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$.

Signo de regiones: Negativa en (0, 1). Positiva en (1, $+\infty$).

Creciente en (0, $+\infty$).

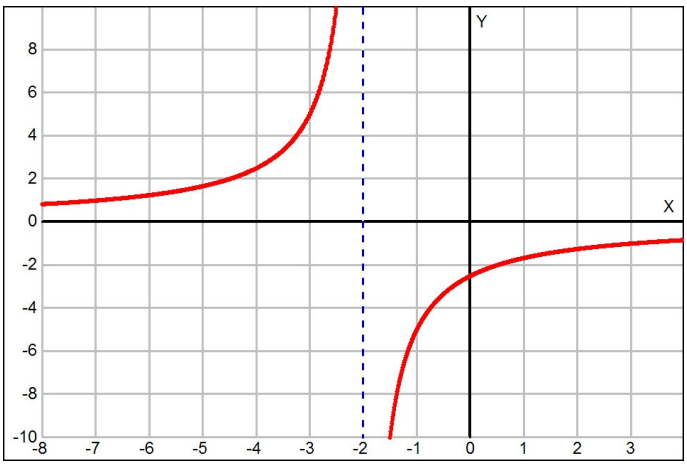
No tiene puntos extremos.

Cóncava hacia abajo en (0, $+\infty$).

No tiene puntos de inflexión.

Problemas de Representación de funciones

5) Gráfica:



$f'(x) = \dfrac{5}{(x+2)^2}$ $\qquad$ $f''(x) = \dfrac{-10}{(x+2)^3}$

Dominio $f = \Re - \{-2\}$. Recorrido $f = \Re - \{0\}$. No tiene simetría.

No corta al eje OX. Corte OY: $\left(0, \dfrac{-5}{2}\right)$.

Asíntota vertical: $x = -2$. $\lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = -\infty$.

Asíntota horizontal: $y = 0$. Posición de la curva respecto a la asíntota:

$f(x)$ por encima de la asíntota si $x \to -\infty$.

$f(x)$ por debajo de la asíntota si $x \to +\infty$.

Signo de regiones: Positiva en $(-\infty, -2)$. Negativa en $(-2, +\infty)$.

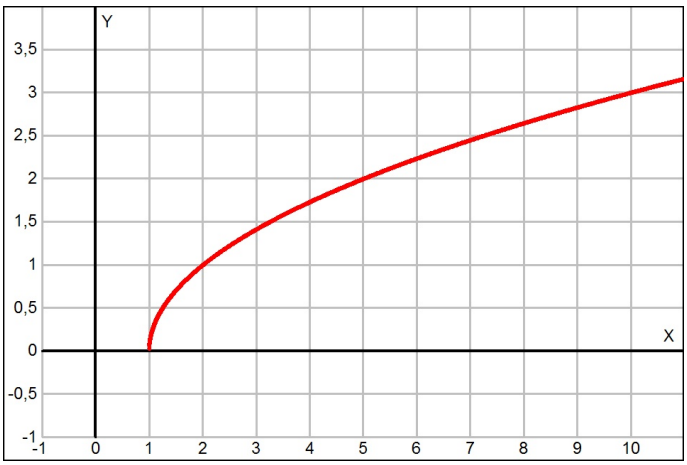
Creciente en $\Re - \{-2\}$.

Cóncava hacia arriba en $(-\infty, -2)$. Cóncava hacia abajo en $(-2, +\infty)$.

No tiene puntos extremos. No tiene puntos de inflexión.

Problemas de Representación de funciones

6) Gráfica:



$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \qquad f''(x) = \frac{-1}{4\sqrt{(x-1)^3}}$$

Dominio $f = [1, +\infty)$.

Recorrido $f = [0, +\infty)$.

No tiene simetría.

Corte OX: (1, 0).

No corta al eje OY.

Signo de regiones: Positiva en $(1, +\infty)$.

Creciente en $(1, +\infty)$.

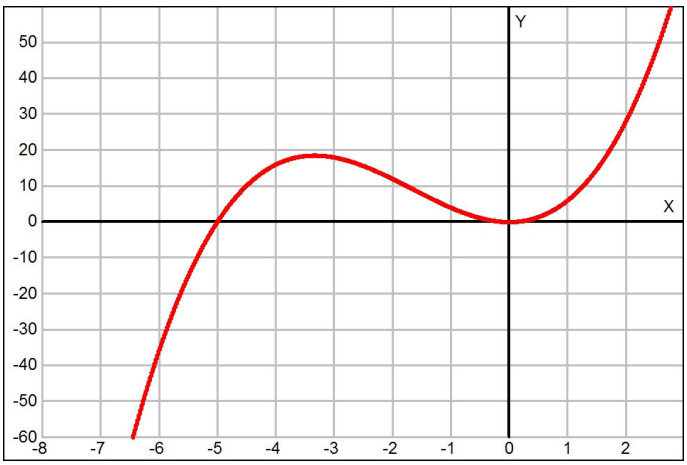
Mínimo absoluto (1, 0).

Cóncava hacia abajo en $(1, +\infty)$.

No tiene puntos de inflexión.

Problemas de Representación de funciones

7) Gráfica:



$f'(x) = 3x^2 + 10x$, $f''(x) = 6x + 10$.

Dominio $f = \Re$. Recorrido $f = \Re$. No tiene simetría.

Cortes OX: $(-5, 0)$, $(0, 0)$, $(0, 0)$.

Corte OY: $(0, 0)$.

Signo de regiones: Negativa en $(-\infty, -5)$. Positiva en $(-5, 0) \cup (0, +\infty)$.

Creciente en $\left(-\infty, \frac{-10}{3}\right) \cup (0, +\infty)$. Decreciente en $\left(\frac{-10}{3}, 0\right)$.

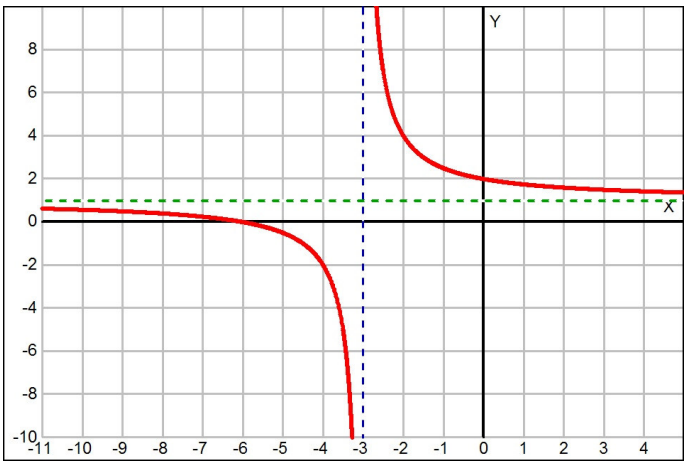
Máximo relativo $\left(\frac{-10}{3}, \frac{500}{27}\right)$. Mínimo relativo $(0, 0)$.

Cóncava hacia abajo en $\left(-\infty, \frac{-5}{3}\right)$. Cóncava hacia arriba en $\left(\frac{-5}{3}, +\infty\right)$.

Punto de inflexión $\left(\frac{-5}{3}, \frac{250}{27}\right)$.

Problemas de Representación de funciones

8) Gráfica:



$f'(x) = \dfrac{-3}{(x+3)^2}$ $\quad$ $f''(x) = \dfrac{6}{(x+3)^3}$

Dominio $f = \Re - \{-3\}$. Recorrido $f = (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$. No tiene simetría.

Corte OX: $\left(-6, 0\right)$. Corte OY: $\left(0, 2\right)$.

Asíntota vertical: $x = -3$. $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x) = +\infty$.

Asíntota horizontal: $y = 1$. Posición de la curva respecto a la asíntota:

$f(x)$ por debajo de la asíntota si $x \to -\infty$.

$f(x)$ por encima de la asíntota si $x \to +\infty$.

Signo de regiones: Positiva en $\left(-\infty, -6\right) \cup (-3, +\infty)$. Negativa en $\left(-6, -3\right)$.

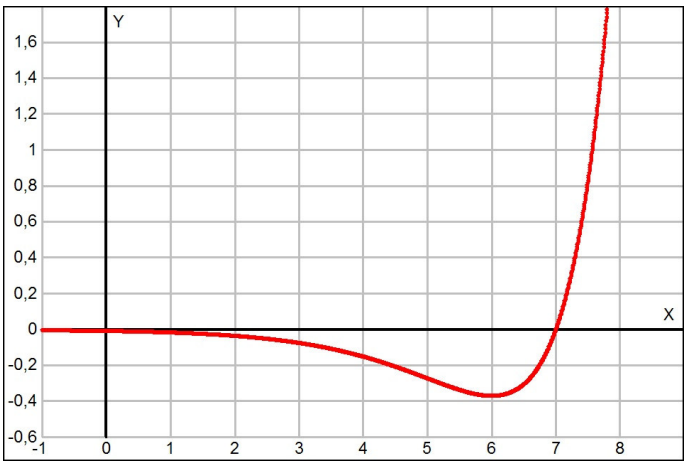
Decreciente en $\Re - \{-3\}$.

Cóncava hacia abajo en $(-\infty, -3)$. Cóncava hacia arriba en $(-3, +\infty)$.

No tiene puntos extremos. No tiene puntos de inflexión.

Problemas de Representación de funciones

9) Gráfica:



$f'(x) = (x-6)\,e^{x-7}$ $\quad f''(x) = (x-5)\,e^{x-7}$

Dominio $f = \Re$. Recorrido $f = \left[\dfrac{-1}{e}\,,\ +\infty\right)$. No tiene simetría.

Corte OX: (7, 0). Corte OY: $\left(0, \dfrac{-7}{e^7}\right)$.

Asíntota horizontal: $y = 0$. Posición de la curva respecto a la asíntota:
$f(x)$ por debajo de la asíntota si $x \to -\infty$.

Signo de regiones: Negativa en $(-\infty, 7)$. Positiva en $(7, +\infty)$.

Decreciente en $(-\infty, 6)$. Creciente en $(6, +\infty)$.

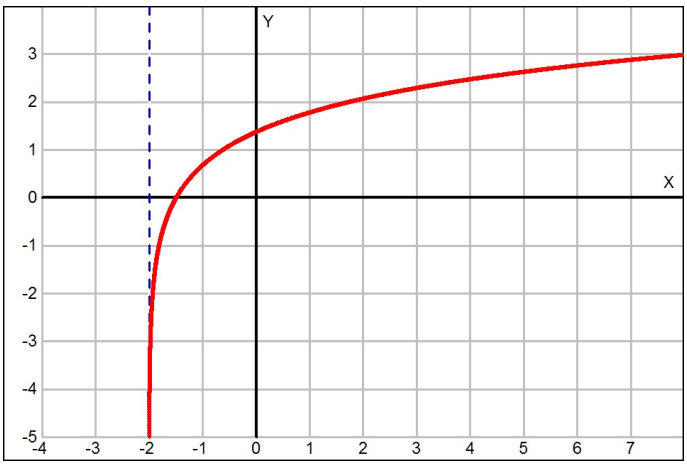
Mínimo absoluto $\left(6, \dfrac{-1}{e}\right)$.

Cóncava hacia abajo en $(-\infty, 5)$. Cóncava hacia arriba en $(5, +\infty)$.

Punto de inflexión: $\left(5\,,\ \dfrac{-2}{e^2}\right)$.

Problemas de Representación de funciones

10) Gráfica:



$f'(x) = \dfrac{1}{x+2}$ $\quad f''(x) = \dfrac{-1}{(x+2)^2}$

Dominio $f = (-2, +\infty)$.

Recorrido $f = \Re$.

No tiene simetría.

Corte OX: $\left(\dfrac{-3}{2}, 0\right)$.

Corte OY: $(0, \ln 4)$.

Asíntota vertical: $x = -2$; $\lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = -\infty$.

Signo de regiones: Negativa en $\left(-2\ ,\ \dfrac{-3}{2}\right)$. Positiva en $\left(\dfrac{-3}{2}\ ,\ +\infty\right)$

Creciente en $(-2, +\infty)$.

No tiene puntos extremos.

Cóncava hacia abajo en $(-2, +\infty)$.

No tiene puntos de inflexión.