Problemas del Teorema de Cayley–Hamilton

1) Calcular A^3 y A^4 mediante una combinación lineal de la matriz $A = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ y la matriz identidad usando el teorema de Cayley–Hamilton.

2) Calcular A^2 y A^3 mediante una combinación lineal de la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ y la matriz identidad usando el teorema de Cayley–Hamilton.

3) Calcular A^2 y A^3 mediante una combinación lineal de la matriz $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$ y la matriz identidad usando el teorema de Cayley–Hamilton.

4) Calcular A^{-1} y A^3 mediante una combinación lineal de la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -8 \\ 2 & 9 \end{pmatrix}$ y la matriz identidad usando el teorema de Cayley–Hamilton.

5) Calcular A^{-1} y A^4 mediante una combinación lineal de la matriz $A = \begin{pmatrix} -8 & 4 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$ y la matriz identidad usando el teorema de Cayley–Hamilton.

6) Calcular A^{-1} y A^3 mediante una combinación lineal de la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 9 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$ y la matriz identidad usando el teorema de Cayley–Hamilton.

Soluciones:

1) $A^3 = 100A - 231I = \begin{pmatrix} 569 & 300 \\ 100 & 69 \end{pmatrix}$, $A^4 = 869A - 2100I = \begin{pmatrix} 4852 & 2607 \\ 869 & 507 \end{pmatrix}$

2) $A^2 = 4A + 33I = \begin{pmatrix} 45 & 36 \\ 16 & 37 \end{pmatrix}$, $A^3 = 49A + 132I = \begin{pmatrix} 279 & 441 \\ 196 & 181 \end{pmatrix}$

3) $A^2 = 12A - 27I = \begin{pmatrix} 33 & 24 \\ 48 & 57 \end{pmatrix}$, $A^3 = 117A - 324I = \begin{pmatrix} 261 & 234 \\ 468 & 495 \end{pmatrix}$

4) $A^{-1} = \dfrac{-A + 11I}{34} = \dfrac{1}{34}\begin{pmatrix} 9 & 8 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$, $A^3 = 87A - 374I = \begin{pmatrix} -200 & -696 \\ 174 & 409 \end{pmatrix}$

5) $A^{-1} = \dfrac{A + 3I}{32} = \dfrac{1}{32}\begin{pmatrix} -5 & 4 \\ -2 & 8 \end{pmatrix}$, $A^4 = -219A + 1312I = \begin{pmatrix} 3064 & -876 \\ 438 & 217 \end{pmatrix}$

6) $A^{-1} = \dfrac{A - 5I}{24} = \dfrac{1}{24}\begin{pmatrix} -6 & 9 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$, $A^3 = 49A + 120I = \begin{pmatrix} 71 & 441 \\ 98 & 414 \end{pmatrix}$