

Manual del usuario

GA2D
Versión 1.9.2

Software de Matemáticas Geometría Analítica del Plano

Windows XP® - Windows Vista® - Windows 7® - Windows 8® - Windows 10®



ÍNDICE

Introducción.....	3
Condiciones de uso del software.....	3
Descripción de las partes.....	4
Ventana del Menú principal.....	4
Ventana de Cálculo.....	5
Tipos de cuadros de entrada.....	7
Tipos de cuadros de resultados.....	9
Tipos de ejercicios resolubles y ejemplos.....	11
Vectores, triángulos y circunferencias.....	11
Rectas.....	12
Posición relativa.....	14
Puntos.....	15
Distancias y ángulos.....	16
Entrada de expresiones aritméticas.....	17
Operadores.....	17
Separador de decimales.....	17
Notación científica.....	17
Cálculos con paréntesis, llaves y corchetes.....	18
Entrada en formato sexagesimal.....	18
Entrada de la constante pi.....	18
Jerarquía de operadores y funciones.....	18
Multiplicación y potencia implícitas.....	19
Multiplicación implícita.....	19
Potencia implícita.....	19
Funciones científicas.....	20
Funciones trigonométricas.....	20
Logaritmos.....	20
Logaritmo decimal: LOG.....	20
Logaritmo natural: LN.....	20
Exponencial: EXP.....	20
Raíz cuadrada.....	21
Raíz cúbica.....	21
Formatos de salida.....	22
Formato de salida Normal.....	22
Formato de salida Fraccionario.....	22
Formato de salida Sexagesimal.....	22
Anexo 1. Fórmulas para puntos y vectores del plano.....	23
Anexo 2. Fórmulas para rectas del plano.....	24
Anexo 3. Elementos de triángulos.....	25
Márgenes de entrada de valores.....	26
Especificaciones.....	27
Marcas comerciales.....	28

Introducción

GA2D es una aplicación para Windows para la resolución de hasta 37 tipos de ejercicios de Geometría Analítica del Plano.

Este manual es acerca de la aplicación.

Este manual no trata la teoría de la Geometría Analítica del plano.

Se supone que el usuario tiene conocimientos básicos de Geometría Analítica del plano.

Por favor, léase el presente manual a fin de conocer todas las capacidades de la aplicación.

◆ Nota

El aspecto, características y precio del software pueden cambiar sin previo aviso y ser diferentes a los mostrados en este manual, en páginas web de Internet, en videos o en otros documentos.

Condiciones de uso del software (*)

VaxaSoftware no será responsable de los daños o perjuicios directos o indirectos ocasionados por el uso o imposibilidad de uso del software, ni por los efectos en el funcionamiento del software de terceros o del sistema operativo.

Antes de la instalación recomendamos hacer copia de seguridad de sus datos, crear un punto de restauración del sistema y tener a mano todos los archivos para la reinstalación del sistema operativo y todo su software.

Usted podrá evaluar gratuitamente el software durante el tiempo que considere necesario.
Transcurrido este periodo de evaluación usted deberá registrarse o desinstalar el software.

Para registrar el software abra la opción "REGISTRAR APLICACIÓN" en la ayuda del software.
Tras pagar los derechos de registro recibirá por e-mail la CLAVE de REGISTRO.
Una vez registrado el software, podrá usar las opciones que estaban deshabilitadas hasta ese momento.

Conserve su clave de registro en lugar seguro. Si tuviera que reinstalar el software podría necesitarla.

La CLAVE de REGISTRO es única para cada equipo. No podrá usar la clave de registro en un equipo distinto.

Usted puede distribuir libremente copias inalteradas del sistema de instalación del software a otros usuarios.
Usted tiene derecho al uso del software pero no a la propiedad del mismo.
Por tanto, usted no puede descompilar el software ni usar ningún tipo de ingeniería inversa para su análisis o modificación.
No puede usar parte o la totalidad del software para crear un nuevo software.

Conflictos de archivos compartidos:

VaxaSoftware no será responsable de los conflictos debidos a la incompatibilidad de archivos compartidos (*.dll *.ocx y otros).

El software de VaxaSoftware usa archivos compartidos (*.dll *.ocx y otros) que se copian al equipo durante la instalación.
Es posible que el archivo compartido exista previamente y sea o no reemplazado por otra versión distinta durante la instalación del software.
Ello puede originar que el software de VaxaSoftware no funcione y/o que software de terceros que compartan el mismo archivo no lo haga.

Asimismo la instalación de software de terceros puede ocasionar que el software de VaxaSoftware o el software de terceros no funcione.

VaxaSoftware tratará de resolver estos conflictos de forma razonable, no obstante su resolución satisfactoria no está garantizada.

(*) Las condiciones de uso del software ya fueron aceptadas por el usuario durante el proceso de instalación.
Aquí se reseñan para su consulta posterior.

Descripción de las partes

Ventana del Menú principal

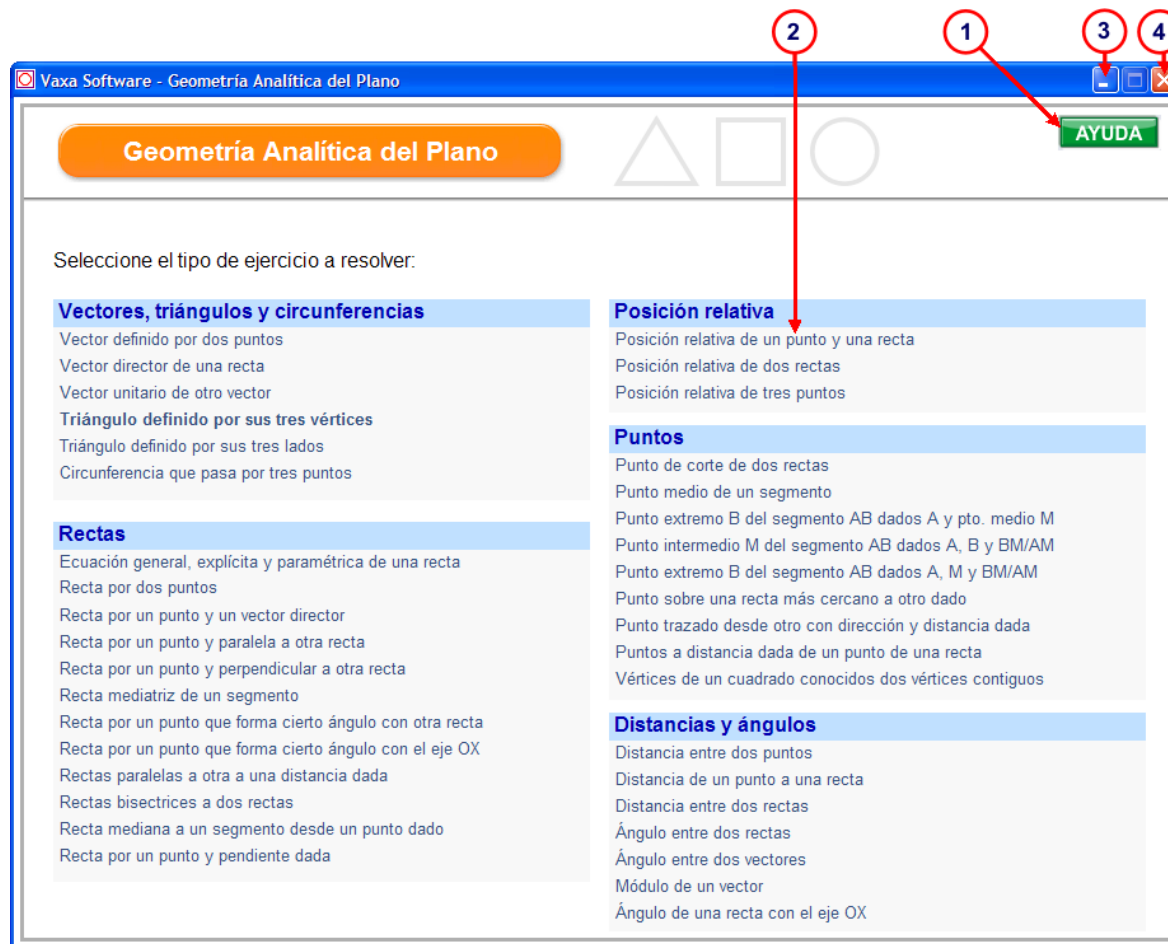


Fig. 1

(1) Tecla Ayuda

Nos permite:

- Acceder a la ayuda.
- Registrar la aplicación.
- Ver las opciones deshabilitadas en la versión no registrada.
- Conectarse a la página web de Vaxa Software.
- Ver la versión de la aplicación.

También podemos acceder a la ayuda (este manual) pulsando la tecla F1 en el teclado de nuestro ordenador.

(2) Títulos de los ejercicios disponibles

Muestran descripciones de los tipos de ejercicios disponibles para su resolución. Haciendo clic sobre ellos se presentará la ventana de cálculo para la entrada de datos y salida de resultados.

(3) Botón minimizar

Minimiza la aplicación en el escritorio.

Haciendo doble clic sobre el icono de la aplicación minimizada ésta volverá a su tamaño normal.

(4) Botón de cierre

Cierra la aplicación. También podemos pulsar la tecla ESC en el teclado de nuestro ordenador.

Ventana de Cálculo

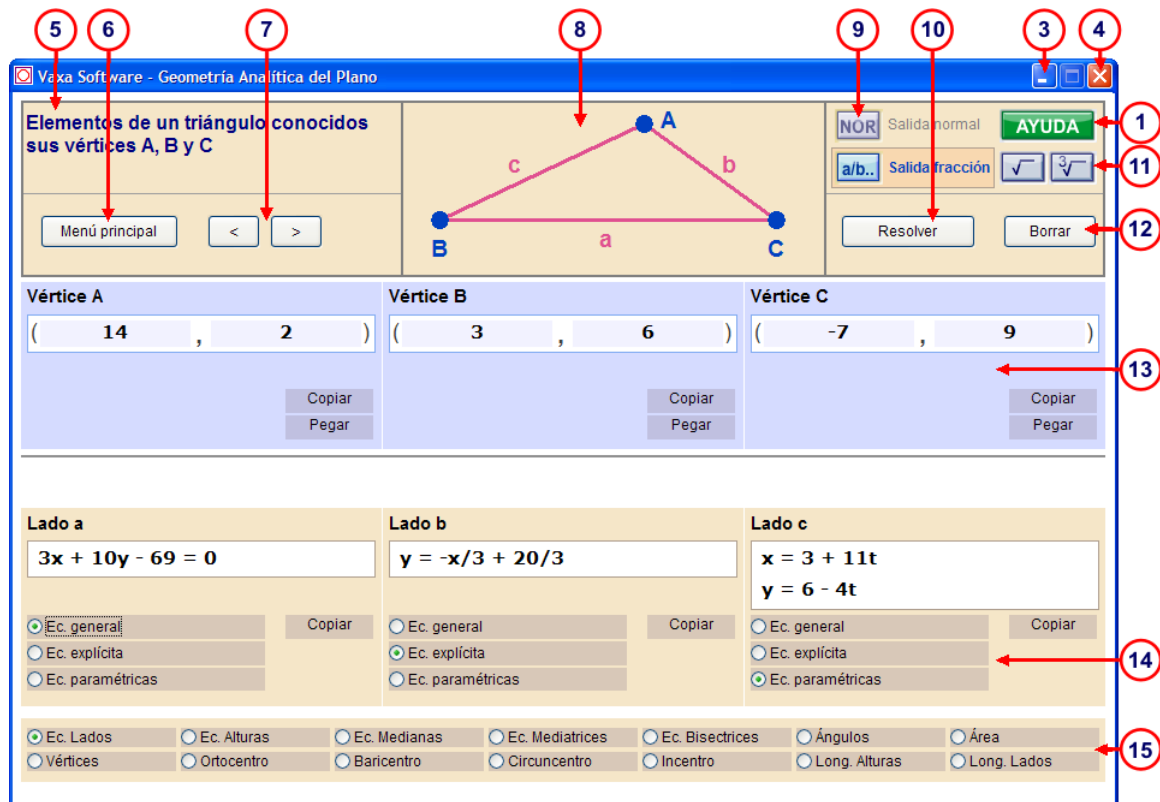


Fig. 2

(5) Descripción del tipo de ejercicio

Muestra una breve descripción del ejercicio, tipos de datos de entrada y de salida así como los nombres de identificación de los elementos implicados (*recta r, punto A, distancia d, ángulo a, ...*).

(6) Botón Menú principal

Retorna a la ventana del Menú principal donde podemos volver a seleccionar otro tipo de ejercicio.

(7) Botones de navegación < >

Permiten seleccionar otro tipo de ejercicio sin necesidad de retornar a la ventana del menú principal.

(8) Descripción visual del tipo de ejercicio

Muestra un esquema con los elementos implicados en el ejercicio. Los elementos conocidos (datos) aparecen en color azul y los desconocidos (a calcular) se muestran en rosa.

(9) Teclas de formato de salida

Nos permiten especificar el formato de salida de los resultados:

Tecla **NOR**: Salida normal.

Tecla **a/b..**: Salida en formato fraccionario, fracciones del número pi y radicales. Asimismo, los ángulos se muestran en formato sexagesimal.

La tecla con el formato de salida seleccionado se muestra remarcada y en color azul.

(10) Botón Resolver

Procesa las expresiones introducidas en los diferentes cuadros de entrada y muestra los resultados.

Si ocurre un error las expresiones incorrectas cambian de color negro a rojo granate y se presentará una breve descripción del error debajo de los cuadros de entrada.

(11) Botones de raíz cuadrada y raíz cúbica

Nos permiten escribir los símbolos de raíz cuadrada y raíz cúbica en las expresiones de entrada.

(12) Botón Borrar

Borra las expresiones entradas en los diferentes cuadros de entrada. También oculta los cuadros de resultados.

(13) Cuadros de entrada

Nos permiten introducir las ecuaciones de rectas, puntos, vectores, distancias, ángulos, pendientes y relaciones de longitud (véase el apartado *Tipos de cuadros de entrada* más abajo).

Obsérvese que los cuadros de entrada son de color azul mientras que los de resultados son marrón claro.

(14) Cuadros de resultados

Presentan los resultados para ecuaciones de rectas, puntos, vectores, distancias y ángulos (véase el apartado *Tipos de cuadros de resultados* más abajo).

Obsérvese que los cuadros de resultados son de color marrón claro mientras que los de entrada son azules.

(15) Cuadro de opciones de salida de triángulos:

Permite seleccionar los elementos que queremos ver para los triángulos calculados.

Para más detalles véase el apartado *Tipos de cuadros de resultados* más abajo.

Tipos de cuadros de entrada

Cuadro de entrada de rectas:

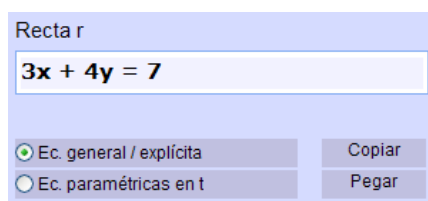


Fig. 4

Aquí escribimos las expresiones de las rectas del plano para ser procesadas. Se pueden introducir rectas en formato general / explícita / punto pendiente, continua y otras formas.

Pulsando sobre el botón de opción *Ec. paramétricas en t* podemos entrar también la recta en forma paramétrica en función del parámetro t .

Botón *Copiar*:

Copia la ecuación de la recta al portapapeles.

Botón *Pegar*:

Pega (si es posible) la ecuación de una recta desde el portapapeles.

◆ Nota 1

La entrada de rectas en formato continua no admite la división por cero. Es decir, el vector director de la recta no debe tener componentes nulas. Si eso ocurre, debemos seleccionar otro formato para entrar la recta.

◆ Nota 2

Podemos intercalar espacios en las ecuaciones para mejorar la legibilidad. Estos espacios son ignorados a la hora de procesar las ecuaciones.

◆ Nota 3

Si la ecuación general está igualada a cero, se puede omitir el signo de igualdad y el cero. No obstante, y a modo de aviso, la ecuación se mostrará en color verde e igualada a cero a la hora de procesarse.

Cuadro de entrada de puntos y vectores:

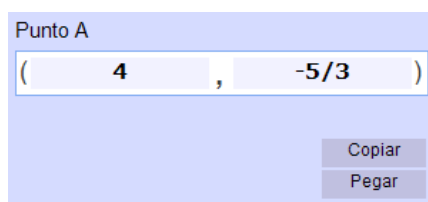


Fig. 5

Aquí escribimos las expresiones de los puntos y vectores del plano para ser procesados.

Botón *Copiar*:

Copia el punto/vector al portapapeles.

Botón *Pegar*:

Pega (si es posible) el punto/vector desde el portapapeles.

Cuadro de entrada de distancias, ángulos, pendientes y relaciones de longitud:

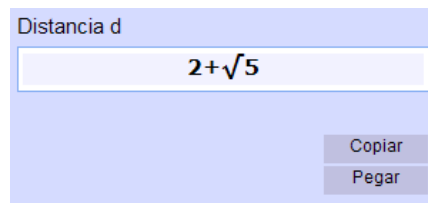


Fig. 6

Aquí escribimos las expresiones de valores simples para ser procesados.

Botón *Copiar*:

Copia el valor al portapapeles.

Botón *Pegar*:

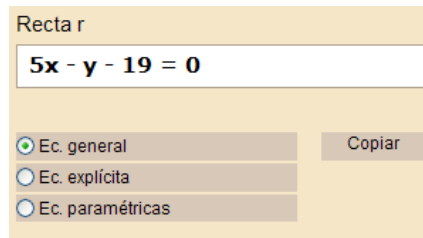
Pega (si es posible) el valor desde el portapapeles.

◆ Nota

La entrada de ángulos se puede hacer en formato sexagesimal con los operadores de grados minutos y segundos: Ejemplo: 45° 23' 17".

Tipos de cuadros de resultados

Cuadro de resultado de rectas:



Recta r

$5x - y - 19 = 0$

Ec. general Ec. explícita Ec. paramétricas

Copiar

Fig. 7

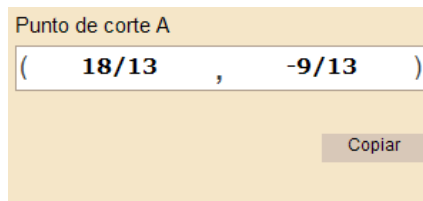
Presenta la ecuación de la recta calculada.

Por defecto la ecuación se presenta en forma general, no obstante los botones de opción *Ec. explícita* y *Ec. paramétricas* nos permiten ver la ecuación en esos otros formatos.

Botón *Copiar*:

Copia la ecuación de la recta al portapapeles.

Cuadro de resultado de puntos y vectores:



Punto de corte A

(18/13 , -9/13)

Copiar

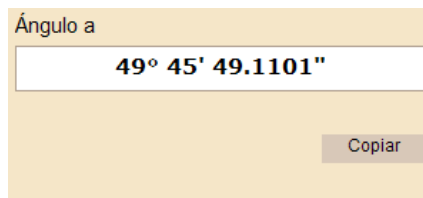
Fig. 8

Presenta el punto o vector calculado.

Botón *Copiar*:

Copia el punto/vector al portapapeles.

Cuadro de resultados de distancias, ángulos y módulos:



Ángulo a

49° 45' 49.1101"

Copiar

Fig. 9

Presenta valores simples calculados.

Botón *Copiar*:

Copia el valor al portapapeles.

Cuadro de resultado de circunferencias:

Circunferencia

$(x + 6)^2 + (y - 11)^2 = 130$

Ec. compactada Copiar

Ec. expandida

Fig. 10

Presenta la ecuación de la circunferencia calculada.

Por defecto la ecuación se presenta en forma *compactada*, (con los cuadrados sin desarrollar) no obstante el botón de opción *Ec. expandida* nos permite ver la ecuación en ese otro formato (con los cuadrados desarrollados y sin paréntesis).

Botón *Copiar*:

Copia la ecuación de la circunferencia al portapapeles.

Cuadro de opciones de salida de triángulos:

<input checked="" type="radio"/> Ec. Lados	<input type="radio"/> Ec. Alturas	<input type="radio"/> Ec. Medianas	<input type="radio"/> Ec. Mediatrices	<input type="radio"/> Ec. Bisectrices	<input type="radio"/> Ángulos	<input type="radio"/> Área
<input type="radio"/> Vértices	<input type="radio"/> Ortocentro	<input type="radio"/> Baricentro	<input type="radio"/> Circuncentro	<input type="radio"/> Incentro	<input type="radio"/> Long. Alturas	<input type="radio"/> Long. Lados

Fig. 11

Para el cálculo de triángulos, este cuadro nos permite seleccionar los elementos que queremos ver:

- Ecuaciones de los lados
- Ecuaciones de la mediatrices
- Área
- Baricentro
- Longitud de las alturas
- Ecuaciones de las alturas
- Ecuaciones de las bisectrices
- Vértices
- Circuncentro
- Longitud de los lados
- Ecuaciones de las medianas
- Ángulos
- Ortocentro
- Incentro

Tipos de ejercicios resolubles y ejemplos

Vectores, triángulos y circunferencias

1) Vector definido por dos puntos

Ejemplo:

Calcular el vector definido por los puntos $A(1, 2)$ y $B(3, 7)$.

Solución: $\mathbf{v}(2, 5)$.

2) Vector director de una recta

Ejemplo:

Calcular el vector director de la recta $r: 2x - 7y = 9$.

Solución: $(7, 2)$.

3) Vector unitario de otro vector

Ejemplo:

Calcular el vector unitario del vector $\mathbf{v}(5, 12)$.

Solución: $(5/13, 12/13)$.

4) Triángulo definido por sus tres vértices

Ejemplo:

Calcular los elementos del triángulo de vértices A(1, 2), B(3, 9) y C(8, 4).

Solución:

$$\text{Lado a: } x + y - 12 = 0$$

$$\text{Lado b: } 2x - 7y + 12 = 0$$

$$\text{Lado c: } 7x - 2y - 3 = 0$$

$$\text{Altura A: } x - y + 1 = 0$$

$$\text{Altura B: } 7x + 2y - 39 = 0$$

$$\text{Altura C: } 2x + 7y - 44 = 0$$

$$\text{Mediana A: } x - y + 1 = 0$$

$$\text{Mediana B: } 4x + y - 21 = 0$$

$$\text{Mediana C: } x + 4y - 24 = 0$$

$$\text{Mediatriz a: } x - y + 1 = 0$$

$$\text{Mediatriz b: } 14x + 4y - 75 = 0$$

$$\text{Mediatriz c: } 4x + 14y - 85 = 0$$

$$\text{Bisectriz A: } x - y + 1 = 0$$

$$\text{Bisectriz B: } x + 0.2591260281974y - 5.3321342537766 = 0$$

$$\text{Bisectriz C: } x + 3.8591260281974y - 23.4365041127896 = 0$$

$$\text{Ángulo A: } 58^\circ 6' 33.1495''$$

$$\text{Ángulo B: } 60^\circ 56' 43.4252''$$

$$\text{Ángulo C: } 60^\circ 56' 43.4252''$$

$$\text{Área: } 45/2$$

$$\text{Ortcentro: } (37/9, 46/9)$$

$$\text{Baricentro: } (4, 5)$$

$$\text{Circuncentro: } (71/18, 89/18)$$

$$\text{Incentro: } (4.02899162750361, 5.02899162750361)$$

$$\text{Long. altura A: } 9\sqrt{2}/20$$

$$\text{Long. altura B: } 45\sqrt{53}/53$$

$$\text{Long. altura C: } 45\sqrt{53}/53$$

$$\text{Long. lado a: } \sqrt{50}$$

$$\text{Long. lado b: } \sqrt{53}$$

$$\text{Long. lado c: } \sqrt{53}.$$

5) Triángulo definido por sus tres lados

Ejemplo:

Calcular los elementos del triángulo cuyos lados vienen dados por las ecuaciones de las rectas: lado

a: $x + y - 12 = 0$; lado b: $2x - 7y + 12 = 0$; lado c: $7x - 2y - 3 = 0$.

Solución: Ver el apartado anterior (se trata del mismo triángulo).

6) Circunferencia que pasa por tres puntos

Ejemplo:

Calcular el centro, radio y ecuaciones de la circunferencia que pasa por los puntos

A(1, 2), B(3, 9) y C(8, 9).

Solución:

$$\text{Ecuación compactada: } (x - 11/2)^2 + (y - 9/2)^2 = 53/2.$$

$$\text{Ecuación expandida: } x^2 + y^2 - 11x - 9y + 24 = 0.$$

$$\text{Centro: } (11/2, 9/2).$$

$$\text{Radio: } \sqrt{106}/2.$$

Rectas

7) Recta que pasa por dos puntos

Ejemplo:

Calcular las ecuaciones de la recta que pasa por los puntos: A(2, 3) y B(5, 8).

Solución:

Ecuación general: $5x - 3y - 1 = 0$.

Ecuación explícita: $y = 5x/3 - 1/3$.

Ecuaciones paramétricas: $x = 2 + 3t$; $y = 3 + 5t$.

8) Rectas bisectrices a dos rectas

Ejemplo:

Calcular las rectas bisectrices y el punto de corte común para el par de rectas:

$$r: 3x + 4y = 8, \quad s: 4x - 3y = 1.$$

Solución: r': $x - 7y + 7 = 0$; s': $7x + y - 9 = 0$, punto de corte A(28/25, 29/25).

9) Recta mediatriz de un segmento

Ejemplo:

Calcular la recta mediatriz del segmento de extremos A(5, -3) y B(12, 7).

Solución: $14x + 20y - 159 = 0$.

10) Recta por un punto y un vector director

Ejemplo:

Calcular la ecuación de la recta que pasa por A(6, 1) y es paralela al vector $\mathbf{v}(4, -3)$.

Solución: $3x + 4y - 22 = 0$.

11) Recta por un punto y paralela a otra recta

Ejemplo:

Calcular la recta que pasa por el punto A(5, 4) y es paralela a la recta r: $2(x-2) = y - x$.

Solución: $3x - y - 11 = 0$.

12) Recta por un punto y perpendicular a otra recta

Ejemplo:

Calcular la recta que pasa por el punto A(9, 2) y es perpendicular a la recta r: $y = 5x + 3$.

Solución: $x + 5y - 19 = 0$.

13) Rectas por un punto que forman cierto ángulo con otra recta

Ejemplo:

Calcular las rectas s, t que pasan por el punto A(2, 3) y forman un ángulo de 45° con la recta r: $6x + 7y - 2 = 0$.

Solución: s: $x - 13y + 37 = 0$, t: $13x + y - 29 = 0$.

14) Recta por un punto que forma cierto ángulo con el eje OX

Ejemplo:

Calcular la recta que pasa por el punto $A(1, \sqrt{3})$ y forma un ángulo de 30° con el eje OX.

Solución: $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$.

15) Rectas paralelas a otra a una distancia dada

Ejemplo:

Calcular las rectas s y t paralelas a $5x-12y+1=0$ situadas a 2 unidades de distancia.

Solución: Recta s: $5x - 12y + 27 = 0$, recta t: $5x - 12y - 25 = 0$.

16) Recta mediana a un segmento desde un punto dado

Ejemplo:

Calcular la recta mediana del segmento de extremos A(4, -3) y B(9, 1) trazada desde el punto C(7, 20). Indicar asimismo el punto medio del segmento.

Solución: $62x - y - 404 = 0$, punto medio M(13/2, -1).

17) Ecuación general, explícita y paramétrica de una recta

Ejemplo:

Calcular las ecuaciones general, explícita y paramétrica de la recta $7(4x-5)=4y/3 + 2x$.

Solución:

General: $78x - 4y - 105 = 0$.

Explícita: $y = 39x/2 - 105/4$.

Paramétrica: $x = 4t$, $y = -105/4 + 78t$.

18) Recta por un punto y pendiente dada

Ejemplo:

Calcular la ecuación de la recta que pasa por el punto A(9, -3) y tiene pendiente 5/4.

Solución: $5x - 4y - 57 = 0$.

Posición relativa

19) Posición relativa de un punto y una recta

Ejemplo 1:

Calcular la posición relativa del punto A(7, 9) respecto a la recta r: $12x - 5y = 3$.

Solución: Punto exterior a la recta. Distancia $d = 36/13$.

Ejemplo 2:

Calcular la posición relativa del punto A(2, 1) respecto a la recta r: $3x + 4y = 10$.

Solución: Punto sobre la recta. Distancia $d = 0$.

20) Posición relativa de dos rectas

Ejemplo 1:

Calcular la posición relativa de las siguientes rectas: r: $3x-4y+6=0$, s: $y=3x/4 + 9$.

Solución: Rectas paralelas. Distancia $d = 6$.

Ejemplo 2:

Calcular la posición relativa de las siguientes rectas: r: $2x+5y+4=0$, s: $y=7x - 1$.

Solución: Rectas secantes. Punto de corte A(1/37, -30, 37), Ángulo: $76^\circ 19' 43.2943''$.

21) Posición relativa de tres puntos

Ejemplo 1:

Calcular la posición relativa de los puntos A(1, 5), B(2, 7) y C(3, 9).

Solución: Puntos alineados sobre la recta $2x - y + 3 = 0$.

Ejemplo 2:

Calcular la posición relativa de los puntos A(1, 2), B(3, 9) y C(8, 4).

Solución: Puntos NO alineados. Forman un triángulo.

Ver la solución para el ejercicio 4) *Triángulo definido por sus tres vértices*.

Puntos

22) Punto de corte de dos rectas

Ejemplo:

Calcular el punto de corte de las rectas r: $y = 4x + 2$, s: $x - 8 = (y-3)/5$.

Solución: Secantes en el punto A(39, 158), ángulo: $2^\circ 43' 34.7196''$.

23) Punto medio de un segmento

Ejemplo:

Calcular el punto medio M del segmento de extremos A(1, 5) y B(7, 13).

Solución: M(4, 9).

24) Punto extremo B del segmento AB dados A y el punto medio M

Ejemplo:

Calcular el punto B del segmento AB siendo A(1, 5) y su punto medio M(4, 9).

Solución: B(7, 13).

25) Punto intermedio M del segmento AB dados A, B y la relación de longitudes BM/AM

Ejemplo:

Calcular el punto intermedio M del segmento de extremos A(1, 2) y B(10, 17) si la relación de longitudes BM / AM vale 2.

Solución: M(4, 7).

26) Punto extremo B del segmento AB dados A, M y la relación de longitudes BM/AM

Ejemplo:

Calcular el punto extremo B del segmento AB conociendo el punto A(1, 2), el punto intermedio M(4, 7) si la relación de longitudes BM / AM vale 2.

Solución: B(10, 17).

27) Punto sobre una recta más cercano a otro dado

Ejemplo:

Calcular el punto B situado sobre la recta r: $9x+2y=3$ más cercano al punto A(4, 6).

Solución: B(-13/17, 84/17).

28) Punto trazado desde otro con dirección y distancia dada

Ejemplo:

Calcular el punto B resultante de trasladar el punto A(8, 2) una distancia de 39 unidades en la dirección del vector $\mathbf{v}(12, 5)$.

Solución: B(44, 17).

29) Puntos a distancia dada de un punto de una recta

Ejemplo:

Calcular los puntos B y C situados a 14 unidades de distancia del punto A(8, 7) de la recta $r: y = 3x/4 + 1$, (El segmento BC es perpendicular a la recta r).

Solución: B(82/5, -21/5), C(-2/5, 91/5).

30) Vértices de un cuadrado conocidos dos vértices contiguos

Ejemplo:

Dados los vértices contiguos A(2, 3) y B(9, 6) de un cuadrado, calcular los vértices C, D, E y F correspondientes a los cuadrados ABDC y ABFE.

Solución: C(-1, 10), D(6, 13), E(5, -4), F(12, -1).

Distancias y ángulos

31) Distancia entre dos puntos

Ejemplo:

Calcular la distancia entre los puntos A(4, -6) y B(29, 54)

Solución: 65.

32) Distancia de un punto a una recta

Ejemplo:

Calcular la distancia desde el punto A(6, 9) a la recta $r: 5x+12y=8$

Solución: 10.

33) Distancia entre dos rectas

Ejemplo: Calcular la distancia entre las rectas $r: 8x-6y+4=0$ y $s: y=4x/3 + 29$

Solución: Rectas paralelas separadas 17 unidades de distancia.

34) Ángulo entre dos rectas

Ejemplo:

Calcular el ángulo entre las rectas $r: y = 4x + 2$, $s: x - 8 = (y-3)/5$

Solución: Ángulo: $2^\circ 43' 34.7196''$, secantes en el punto A(39, 158).

35) Ángulo entre dos vectores

Ejemplo:

Calcular el ángulo que forman los vectores $v(4, 5)$ y $u(7, -3)$

Solución: $74^\circ 32' 19.6161''$.

36) Módulo de un vector

Ejemplo:

Calcular el módulo del vector $v(33, -56)$.

Solución: 65 unidades.

37) Ángulo de una recta con el eje OX

Ejemplo:

Calcular el ángulo que forma la recta $r: 25x - 12y + 8 = 0$ con el eje OX.

Solución: $64^\circ 21' 32.379''$.

Entrada de expresiones aritméticas

La entrada de datos no se limita a valores numéricos simples. También se pueden entrar expresiones usando operadores y funciones.

Ejemplos:

Valores simples	Puntos y vectores	Rectas
$5 + (3-6)/8$	$(\arctan 60, \log 20)$	$\tan 30 \cdot x + \exp 5 \cdot y = 4$
$\text{LN } 45 + \sin 30$	$(7\sqrt{5}, \arcsen 0.5)$	$7 \cdot \sin 45 \cdot x + y = 9$

◆ Nota 1

Los argumentos y resultados de las funciones trigonométricas vienen dados en grados.

◆ Nota 2

Las variables x, y, t se pueden entrar indistintamente en mayúsculas o minúsculas.

Así pues, las siguientes expresiones de una recta son todas equivalentes:

$$3x + 4y = 6, \quad 3X + 4Y = 6, \quad 3x + 4Y = 6, \quad 3X + 4y = 6.$$

◆ Nota 3

Podemos intercalar espacios en blanco en las expresiones entradas a fin de mejorar la legibilidad. Estos espacios se ignoran a la hora de procesar las expresiones.

Operadores

En las expresiones podemos usar 5 operadores explícitos:

Suma + , Resta - , Multiplicación \cdot , División / , Potencia $^$.

Asimismo se puede usar el operador de multiplicación implícita.

(Vea *multiplicación y potencia implícitas* más adelante).

Para entrar el operador de multiplicación podemos pulsar la tecla asterisco * o bien el punto a media altura. En cualquier caso se presentará el operador con el punto a media altura \cdot .

Para entrar el operador de potencia $^$ podemos pulsar la tecla de acento circunflejo (\wedge) y luego la barra espaciadora.

Separador de decimales

El separador de decimales en esta aplicación es el **punto** . .

Ejemplo: La expresión $1,23 + 4,56 \cdot 7,89$ se entrará como $1.23 + 4.56 \cdot 7.89$

◆ Nota

Aunque se pulse la tecla de coma , se insertará un punto decimal . en los cuadros de entrada.

Notación científica

La notación científica se usa para poder representar números que, en valor absoluto, son muy grandes o muy pequeños. Consta de una mantisa y una potencia de 10. En los ordenadores y en muchas calculadoras la notación científica se suele representar mediante la mantisa seguida de la letra E y un exponente de 10.

Ejemplos:

Para entrar: $5,67 \times 10^{89}$ escribiremos 5.67 E 89 en el cuadro de de entrada.

Para entrar: $1,23 \times 10^{-34}$ escribiremos 1.23 E-34 en el cuadro de de entrada.

◆ Atención

No debemos usar el operador de potencia $^$ para introducir números en notación científica.

Cálculos con paréntesis, llaves y corchetes

En las expresiones se pueden entrar indistintamente paréntesis (), llaves { } y corchetes [].
Ejemplo: La expresión $(4+5) + [6-7] + \{8 / 4\}$ es válida

Entrada en formato sexagesimal

Los ángulos podemos entrarlos en formato sexagesimal (grados minutos y segundos).
Para ello usamos los caracteres de grado °, minuto ' y segundo " .

El carácter de grados se puede entrar con la tecla de ordinal masculino ° o bien con la secuencia de teclado ALT + 0176.

Entrada de la constante pi

Para entrar la constante pi podemos escribir la palabra PI en la entrada o insertar el símbolo π con la secuencia de teclado ALT + 0203 o bien la letra Ë (E mayúscula con diéresis).

Jerarquía de operadores y funciones

En general las expresiones se procesan de izquierda a derecha. No obstante la aplicación determina automáticamente la prioridad de los operadores y funciones de acuerdo a las reglas del álgebra y realiza los cálculos por orden de prioridad.

En el cálculo $3 + 4 \cdot 7$ la multiplicación $4 \cdot 7$ tiene prioridad sobre la suma.

El orden de las operaciones es:

- 1) $4 \cdot 7 \rightarrow 28$
- 3) $3 + 28 \rightarrow 31$ (valor final)

La jerarquía seguida por la aplicación es (de mayor a menor):

Orden de jerarquía	Operadores y funciones
7	() Paréntesis
6	Operadores unarios: (° ' ")
5	Funciones científicas: sen, cos, log, ...
4	^
3	Multiplicación implícita
2	· /
1	+ -

Multiplicación y potencia implícitas

Multiplicación implícita

En muchas expresiones que contienen multiplicaciones podemos omitir los signos de multiplicación facilitando así la escritura y lectura de las expresiones entradas.

Se asume la multiplicación implícita en los siguientes 3 casos:

1) *Un valor numérico precede a una variable, función o paréntesis de apertura.*

Ejemplos:

Expresión entrada	Cálculo interno
$25x + 7 = 0$	$25 \cdot x + 7 = 0$
$4 \operatorname{sen} 30$	$4 \cdot \operatorname{sen} 30$
$2(4+5)$	$2 \cdot (4+5)$
$\operatorname{sen} 30 \operatorname{cos} 50$	$\operatorname{sen} 30 \cdot \operatorname{cos} 50$

2) *Un paréntesis de cierre precede a un valor numérico, variable, función o paréntesis de apertura.*

Ejemplos:

Expresión entrada	Cálculo interno
$(1+2)7$	$(1+2) \cdot 7$
$(1+2)x$	$(1+2) \cdot x$
$(1+2)\operatorname{cos} 5$	$(1+2) \cdot \operatorname{cos} 5$
$(1+2)(3+4)$	$(1+2) \cdot (3+4)$

3) *Una variable precede a otra variable, función o paréntesis de apertura.*

Ejemplos:

Expresión entrada	Cálculo interno
xy	$x \cdot y$
$x \log 5$	$x \cdot \log 5$
$x(2+4)$	$x \cdot (2+4)$

◆ Atención

La multiplicación implícita NO tiene mayor jerarquía operativa que las funciones:

Así la expresión: $\operatorname{sen} 2x$ no se procesa como $\operatorname{sen}(2 \cdot x)$ sino como $(\operatorname{sen} 2) \cdot x$.

Potencia implícita

En muchas expresiones que contienen potencias, éstas pueden omitirse. Se asume la potencia implícita cuando el nombre de una variable va seguida de un valor numérico.

Ejemplos:

Expresión entrada	Cálculo interno
x^2	x^2
$t^2 + 5t + 6$	$t^2 + 5t + 6$

◆ Atención

No podemos usar la potencia implícita con el número pi (π) ya que se interpretará como una multiplicación implícita:

Así, $\pi 100$ se interpreta como $\pi \cdot 100$ y no como la potencia π^100 .

Funciones científicas

Funciones trigonométricas

◆ Nota

Los argumentos y resultados de las funciones trigonométricas vienen dados en grados.

Funciones trigonométricas directas: sen, cos, tan

Ejemplos:

sen 30	Valor simple
(cos 140° 34' 56", sen 60)	Punto o vector
tan 18 · x + 4y = 7	Ecuación de una recta

Funciones trigonométricas inversas: arcsen, arccos, arctan

Ejemplos:

arcsen 0.6	Valor simple
(arccos (-0.2), 5)	Punto o vector
y = arctan 4 + 6x	Ecuación de una recta

Logaritmos

El logaritmo en base b de un número x es el número n tal que $x = b^n$.

Donde b debe ser un valor positivo distinto de la unidad.

El logaritmo suele escribirse en los libros como: $\text{LOG}_b x = n$

Logaritmo decimal: LOG

LOG es el logaritmo en base 10 o logaritmo decimal.

Ejemplos:

LOG 2	Valor simple
(LOG 1000, 4)	Punto o vector
2LOG 45 · x = 9 y	Ecuación de una recta

Logaritmo natural: LN

LN es el logaritmo en base e , siendo $e = 2,71828182845905...$

Ejemplos:

LN 789	Valor simple
(123, LN 456)	Punto o vector
(x + LN 6) / 5 = y · LN 8	Ecuación de una recta

Exponencial: EXP

La exponencial es la potencia que tiene como base el número e ($e = 2,71828182845905...$)

La exponencial también es el antilogaritmo natural.

Ejemplos:

EXP 5	Valor simple
(EXP 1, 0)	Punto o vector
exp 5 · x = 3y + 2	Ecuación de una recta

Raíz cuadrada

Ejemplo:

$\sqrt{\square}$ 5	Valor simple
$(\sqrt{\square}$ 7, 45)	Punto o vector
$\sqrt{\square}3 \cdot x + 5 = \sqrt{\square}8$	Ecuación de una recta

La raíz cuadrada se puede entrar también como SQR (del inglés Square Root):

SQR 5	Valor simple
-------	--------------

Raíz cúbica

Ejemplo:

$\sqrt[3]{\square}$ 7	Valor simple
$(\sqrt[3]{\square}$ 345, 123)	Punto o vector
$\sqrt[3]{\square}9 \cdot x - 8 = 0$	Ecuación de una recta

La raíz cúbica se puede entrar también como CUR (del inglés Cube Root):

CUR 7	Valor simple
-------	--------------

Formatos de salida

Los resultados de los cálculos pueden mostrarse en 3 formatos diferentes. Estos formatos pueden establecerse con las teclas de formato de salida:

Tecla **NOR**: Salida *Normal*.

Tecla **a/b..**: Salida en formato *fraccionario*, fracciones de pi y radicales.

Para el caso de ángulos, éstos se presentarán en formato sexagesimal si el formato fraccionario está activado. Si el formato actual es *Normal*, los grados se presentarán como números decimales corrientes.

Formato de salida Normal

Los resultados aparecen en formato decimal con hasta 16 dígitos. En caso necesario se muestran en notación científica.

Para activar el formato de salida *Normal* pulsamos sobre la tecla **NOR**.

Formato de salida Fraccionario

En este formato la salida se presenta en tres formatos:

- 1) Fracciones $1/2, 45/23, \dots$
- 2) Fracciones de π $\pi/2, 3\pi/4, \dots$
- 3) Radicales racionalizados $\sqrt{5}, \sqrt{3}/2, 5\sqrt{2}/2, \dots$

Para activar el formato *Fraccionario* pulsamos sobre la tecla **a/b..** y ésta cambiará a color azul.

Formato de salida Sexagesimal

Este formato sólo se usa para presentar ángulos.

La salida sexagesimal se presenta con grados (°) minutos (') y segundos de arco (").

Para activar el formato de salida *Sexagesimal* de ángulos debemos activar el formato *Fraccionario* pulsando sobre la tecla **a/b..**.

Para desactivar el formato *Sexagesimal* debemos activar el formato de salida *Normal* pulsando sobre la tecla **NOR**.

Anexo 1

Fórmulas para puntos y vectores del plano

Vector definido por dos puntos $A(a_x, a_y), B(b_x, b_y)$	$\vec{AB} = (b_x - a_x, b_y - a_y)$
Módulo y argumento de un vector	$ \vec{u} = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}, \quad \tan \alpha = \frac{u_y}{u_x}$
Suma y resta de vectores $\vec{u} = (u_x, u_y), \vec{v} = (v_x, v_y)$	$\vec{u} + \vec{v} = (u_x + v_x, u_y + v_y)$ $\vec{u} - \vec{v} = (u_x - v_x, u_y - v_y)$
Producto escalar $\vec{u} = (u_x, u_y), \vec{v} = (v_x, v_y)$	$\vec{u} \cdot \vec{v} = u_x v_x + u_y v_y$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \cos \alpha$
Ángulo entre dos vectores $\vec{u} = (u_x, u_y), \vec{v} = (v_x, v_y)$	$\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{u} \cdot \vec{v} }; \quad \cos \alpha = \frac{u_x v_x + u_y v_y}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2} \cdot \sqrt{v_x^2 + v_y^2}}$
Vectores perpendiculares: $\vec{u} \perp \vec{v}$	$\vec{u} \cdot \vec{v} = 0; \quad u_x v_x + u_y v_y = 0$ Producto escalar nulo.
Vectores paralelos: $\vec{u} \parallel \vec{v}$	$\frac{u_x}{v_x} = \frac{u_y}{v_y}$ Componentes proporcionales
Vector unitario de $\vec{a} = (a_x, a_y)$	$\vec{u}_{\vec{a}} = \frac{\vec{a}}{ \vec{a} } = \left(\frac{a_x}{ \vec{a} }, \frac{a_y}{ \vec{a} } \right)$ Dividimos cada componente entre el módulo del vector.
Vector perpendicular a otro: $\vec{u} \perp \vec{v}$	$\vec{u} = (a, b)$ $\vec{v} = (-b, a)$ Intercambiamos las componentes y cambiamos de signo una de ellas.
Punto medio del segmento de extremos $A(a_x, a_y), B(b_x, b_y)$	$M_{AB} = \left(\frac{a_x + b_x}{2}, \frac{a_y + b_y}{2} \right)$
Distancia entre dos puntos $A(a_x, a_y)$ y $B(b_x, b_y)$	$d_{AB} = \vec{AB} = \sqrt{(b_x - a_x)^2 + (b_y - a_y)^2}$ La distancia entre A y B es el módulo del vector \vec{AB}
Proyección del vector \vec{a} sobre \vec{b}	$P_{\vec{a}/\vec{b}} = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} }$

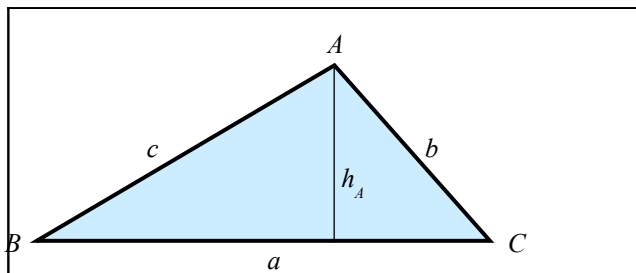
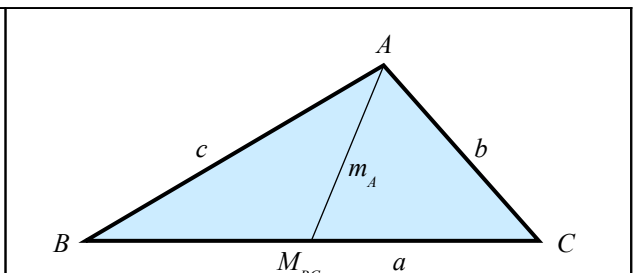
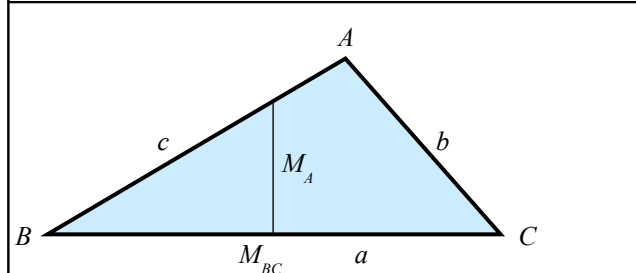
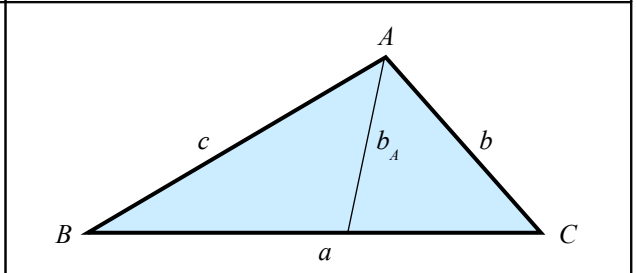
Anexo 2

Fórmulas para rectas del plano

Ecuaciones de la recta que pasa por el punto $P(x_0, y_0)$ y tiene la dirección del vector $\vec{V}(v_x, v_y)$.

Ecuación vectorial	$(x, y) = (x_0, y_0) + t (v_x, v_y)$
Ecuaciones paramétricas	$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + v_x t \\ y &= y_0 + v_y t \end{aligned} \right\}$
Ecuación continua	$\frac{x - x_0}{v_x} = \frac{y - y_0}{v_y}$
Ecuación general, implícita o cartesiana	$Ax + By + C = 0$, Vector perpendicular: $\vec{V}(A, B)$
Ecuación explícita	$y = m x + n$ Siendo: $m =$ Pendiente, $n =$ Ordenada en el origen
Ecuación punto-pendiente	$y - y_0 = m (x - x_0)$
Ángulo entre dos rectas $Ax + By + C = 0$ $A'x + B'y + C' = 0$	Dadas en forma general: $\cos \alpha = \frac{ A \cdot A' + B \cdot B' }{\sqrt{A^2 + B^2} \sqrt{A'^2 + B'^2}}$, Dadas en forma explícita: $\tan \alpha = \left \frac{m - m'}{1 + m m'} \right $
Distancia de un punto $P(x_0, y_0)$ a la recta $Ax + By + C = 0$	$d = \frac{ Ax_0 + By_0 + C }{\sqrt{A^2 + B^2}}$
Condición para rectas paralelas $Ax + By + C = 0$ $A'x + B'y + C' = 0$	Dadas en forma general: $\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'}$, Dadas en forma explícita: $m = m'$
Condición para rectas perpendiculares, ortogonales o normales	Dadas en forma general: $A \cdot A' + B \cdot B' = 0$, Dadas en forma explícita: $m \cdot m' = -1$
Vector director de una recta	Dada en forma general: $Ax + By + C = 0 \rightarrow \vec{V}(-B, A)$ Dada en forma explícita: $y = m x + n \rightarrow \vec{V}(1, m)$ Si la pendiente es racional: $m = \frac{a}{b} \rightarrow \vec{V}(b, a)$
Pendiente y ángulo α con el eje OX conocido el vector director de la recta $\vec{V}(v_x, v_y)$	$m = \tan \alpha = \frac{v_y}{v_x}$

Anexo 3 Elementos de triángulos

 <p>Altura A Recta que pasa por el vértice A y es perpendicular al lado a.</p>	 <p>Mediana A Recta que pasa por el vértice A y por el punto medio del lado opuesto (punto medio del segmento BC).</p>
 <p>Mediatriz a Recta que pasa por el punto medio del lado a (punto medio de BC) y es perpendicular a dicho lado.</p>	 <p>Bisectriz A Recta que pasa por el vértice A y equidista de los lados b y c.</p>
<p>Ortocentro Punto de corte de las tres alturas.</p>	<p>Baricentro Punto de corte de las tres medianas. (Centro de gravedad del triángulo).</p>
<p>Circuncentro Punto de corte de las tres mediatrices. (Centro de la circunferencia circunscrita).</p>	<p>Incentro Punto de corte de las tres bisectrices. (Centro de la circunferencia inscrita).</p>

Márgenes de entrada de valores

Rango general para valores de entrada, finales e intermedios $\pm 2,470328229206232721 \times 10^{-324} \sim \pm 1,79769313486231580778 \times 10^{308}$ y 0
 Se asume 0 para valores en el margen $\pm 2,470328229206232721 \times 10^{-324}$

sen x cos x tan x	$ x \leq 5,2846028 \times 10^{20}$ n es entero	para tan x : $ x \neq (2n+1) \cdot 90$
arcsen x , arccos x	$ x \leq 1$	
arctan x , $\sqrt[3]{x}$, cur x , x° , x' , x''	$ x \leq 1,79769313486231580778 \times 10^{308}$	
x^y	$x \leq 1,79769313486231580778 \times 10^{308}$ $x \geq 0$ si y no es entero, $x \neq 0$ si $y = 0$	
\sqrt{x} , sqr x , ln x , log x	$0 \leq x \leq 1,79769313486231580778 \times 10^{308}$, $x \neq 0$ para ln x y log x	
exp x	$-1,79769313486231580778 \times 10^{308} \leq x \leq 709,78271289338402$	

Especificaciones

Descripción	GA2D. Aplicación informática para entorno Windows para la resolución de ejercicios de Geometría Analítica del Plano.
Precisión	En general 16 dígitos con ± 1 en el último dígito.
Margen general de cálculo	De $\pm 2,47032822920 \times 10^{-324}$ hasta $\pm 1,79769313486 \times 10^{308}$ y 0 Se asume 0 dentro del margen $\pm 2,47032822920 \times 10^{-324}$
Niveles de paréntesis	28 niveles
Funcionalidades	Hasta 63 17 funciones científicas y otras, 37 tipos de ejercicios, 6 operadores, 3 formatos de salida
Funciones científicas y otras	17 funciones científicas y otras sen, cos, tan, arcsen, arccos, arctan, log, ln, \sqrt{x} , $\sqrt[3]{x}$, exp, °', pi, E. <i>Salida de rectas:</i> General, explícita, paramétrica
Tipos de ejercicios	37 tipos de ejercicios: Vectores, triángulos y circunferencias: ♦ Vector definido por dos puntos * Vector director de una recta ♦ Vector unitario de otro vector * Triángulo definido por sus tres vértices * Triángulo definido por sus tres lados * Circunferencia que pasa por tres puntos Rectas: ♦ Recta por dos puntos ♦ Rectas bisectrices a dos rectas * Recta mediatriz de un segmento * Recta por un punto y un vector director * Recta por un punto y paralela a otra recta ♦ Recta por un punto y perpendicular a otra recta ♦ Recta por un punto que forma cierto ángulo con otra recta * Recta por un punto que forma cierto ángulo con el eje OX * Rectas paralelas a otra a una distancia dada * Recta mediana a un segmento desde un punto dado ♦ Ecuación general, explícita y paramétrica de una recta ♦ Recta por un punto y pendiente dada Posición relativa: ♦ Posición relativa de un punto y una recta * Posición relativa de dos rectas * Posición relativa de tres puntos Puntos: * Punto de corte de dos rectas ♦ Punto medio de un segmento ♦ Punto extremo B del segmento AB dados A y el punto medio M ♦ Punto intermedio M del segmento AB dados A, B y la relación de longitudes BM/AM ♦ Punto extremo B del segmento AB dados A, M y la relación de longitudes BM/AM ♦ Punto sobre una recta más cercano a otro dado ♦ Punto trazado desde otro con dirección y distancia dada ♦ Puntos a distancia dada de un punto de una recta ♦ Vértices de un cuadrado conocidos dos vértices contiguos Distancias y ángulos: ♦ Distancia entre dos puntos * Distancia de un punto a una recta * Distancia entre dos rectas * Ángulo entre dos rectas ♦ Ángulo entre dos vectores ♦ Módulo de un vector ♦ Ángulo de una recta con el eje OX
Operadores	6 operadores (+) Suma, (-) Resta, (·) Multiplicación, (/) División, (^) Potencia, () Multiplicación implícita
Formatos de salida numérica	3 formatos de salida (NOR) Normal (a/b..) Fracciones ordinarias, fracciones de π y radicales Sexagesimal: Sólo para ángulos: grados, minutos y segundos de arco
Unidad angular	Grados sexagesimales (1 ángulo recto = 90°)
Dimensiones	Ancho = 924 píxeles, alto = 702 píxeles
Nota	* Sólo disponible en la versión registrada

Marcas comerciales

* Windows, Windows XP, Windows Vista, Windows 7, Windows 8, Windows 10 y sus logotipos son marcas comerciales registradas o marcas comerciales de Microsoft Corporation en los Estados Unidos de Norteamérica y/o en otros países.

* Adobe, el logotipo de Adobe, Acrobat, el logotipo PDF de Adobe y Reader son marcas comerciales o marcas comerciales registradas de Adobe Systems Incorporated en los Estados Unidos y/o en otros países.

* PayPal y el logotipo PayPal son marcas comerciales o marcas comerciales registradas de PayPal Inc. y/o eBay Inc. en los Estados Unidos y/o en otros países.

* YouTube y el logotipo YouTube son marcas comerciales o marcas comerciales registradas de YouTube LLC y/o Google Inc. en los Estados Unidos y/o en otros países.

* Google y el logotipo Google son marcas comerciales o marcas comerciales registradas de Google Inc. en los Estados Unidos y/o en otros países.

* Visa y el logotipo Visa son marcas comerciales o marcas comerciales registradas de Visa Inc. en los Estados Unidos y/o en otros países.

* Amex, American Express, el logotipo Amex y el logotipo American Express son marcas comerciales o marcas comerciales registradas de American Express Company en los Estados Unidos y/o en otros países.

* MasterCard y el logotipo MasterCard son marcas comerciales o marcas comerciales registradas de MasterCard Incorporated y/o MasterCard Worldwide en los Estados Unidos y/o en otros países.

* VaxaSoftware and VaxaSoftware logo are trademarks of VaxaSoftware.

Todos los demás nombres de productos, nombres de empresas y logotipos son marcas comerciales o marcas comerciales registradas de sus respectivos propietarios.